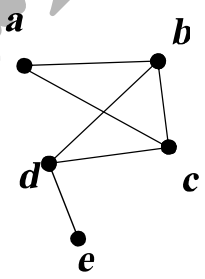
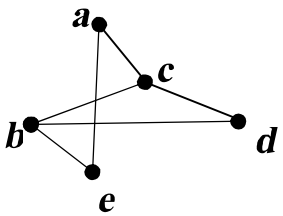
باسمه تعالی

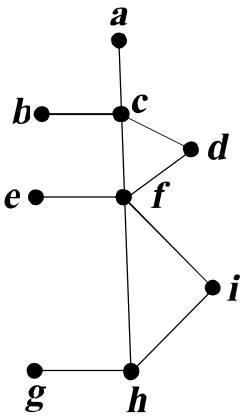
سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۸/۱۰/۰۹**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۳۹۸**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف)اگر $a \mid b$ آن‌گاه $[a,b]=\mid b \mid$. ب)معادله هم‌نهشتی $a x \overset{m}{\equiv} b$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a,b) \mid m$. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a>0$ آن‌گاه $a+\frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a>1$ ، در دو شرط $a \mid 4k+9$ و $a \mid 6k+14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[35a^3, 21a^2]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a,b,c و عدد طبیعی m ، اگر $a \overset{m}{\equiv} b$ آن گاه $ac \overset{m}{\equiv} bc$.	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $13x+9y=7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d)=\{e,x,b\}$ باشد، x کدام رأس است؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳- منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

« بقیه سوالات در صفحه دوم»

باسمه تعالی

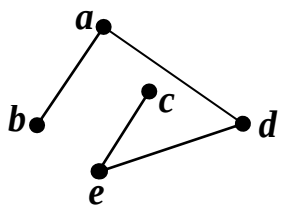
سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۸/۱۰/۰۹**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۳۹۸**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد. 	۱/۲۵
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱/۲۵
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵
۱۵	معادله $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1>2$, $x_3>3$ باشند.	۱
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟ ۱ ۲ ۳ ۳ ۱ ۲ ۲ ۳ ۱ ۱ ۲ ۳ ۲ ۳ ۱ ۳ ۱ ۲	۰/۷۵
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۸	مجموعه اعداد $A=\{1,2,3,\cdots,84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۰

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

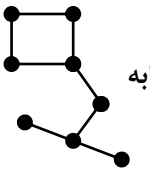
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۸/۱۰/۰۹**	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **دی‌ماه سال ۱۳۹۸**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	**الف) درست (۰/۲۵)** (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳)**ب) نادرست (۰/۲۵)** (قضیه صفحه ۲۵) **پ) نادرست (۰/۲۵)** (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) **ت) درست (۰/۲۵)** (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)	۱
۲	$a+\frac{۱}{a}\geq ۲\Leftrightarrow a^۲+۱\geq ۲a$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^۲-۲a+۱\geq ۰$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-۱)^۲\geq ۰$ (۰/۲۵) **همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (۰/۲۵)**(مثال اول صفحه۷)	۱
۳	$\begin{matrix}a\mid ۴k+۹\\ a\mid ۶k+۱۴\end{matrix}\Rightarrow a\mid \underbrace{-۶(۴k+۹)}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{۴(۶k+۱۴)}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow a\mid ۲$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a>۱}$ $a=۲$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)	۱
۴	$A=۲۱a^۲=۳\times ۷\times a^۲$ (۰/۲۵) , $B=۳۵a^۳=۵\times ۷\times a^۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow [A,B]=۱۰۵a^۳$ (۰/۵) (مشابه سوال۱۶ صفحه ۱۷)	۱
۵	$۱۳\overset{۱۷}{\equiv}-۴$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $۱۳^۲\overset{۱۷}{\equiv}۱۶\overset{۱۷}{\equiv}-۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $۱۳^{۲۲}\overset{۱۷}{\equiv}-۱$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{-۱\overset{۱۷}{\equiv}۱۶}$ $r=۱۶$ (۰/۲۵) (مشابه سوال۹ صفحه ۲۹)	۱
۶	$a\overset{m}{\equiv}b\Rightarrow m\mid a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m\mid c(a-b)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m\mid ac-bc$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ac\overset{m}{\equiv}bc$ (۰/۲۵) (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)	۱
۷	$۱۳y\overset{۹}{\equiv}۷$, ($۱۳\overset{۹}{\equiv}۴$, $۷\overset{۹}{\equiv}۱۶$ (۰/۲۵)) $\rightarrow$ $۴y\overset{۹}{\equiv}۱۶$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(۴,۹)=۱\ (۰/۲۵)}$ $y\overset{۹}{\equiv}۴$ (۰/۲۵) $y=۹k+۴$ (۰/۲۵) , $x=-۱۳k-۵$ (۰/۲۵) (مشابه سوال۱۲ صفحه ۲۹) (لطفا برای راه‌حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۵
۸	**الف)** $\delta(G)=۱$ (۰/۲۵) **ب)** $q=۶$ (۰/۲۵) **پ)** $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) **ت)** $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال۲ صفحه ۴۱)	۱/۲۵
۹	**الف) گرافی از مرتبه** n **که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد** k $(۰\leq k<n)$ **باشد.** (۰/۵)(تعریف صفحه ۳۵) **ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض** $\sum_{i=۱}^{۵}\deg v_i=۲q\Rightarrow ۵\times ۳=۲q$ (۰/۲۵) (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)	۱
۱۰	**الف)** a,c,d,b,e,a (۰/۵) **ب)** (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷)(۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) 	۱
۱۱	**الف) مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مانند:** $\{c,f,h,g\}$ (۰/۵) (کار در کلاس صفحه ۴۷) **ب) احاطه‌گر مینیمال مانند :** $\{c,f,g\}$ (۰/۷۵) (لطفا برای راه‌حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۲۵
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۸/۱۰/۰۹**	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **دی‌ماه سال ۱۳۹۸**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	**الف) برای مثال اگر n= ۱۰ ،رسم $C_{۱۰}$ یا $P_{۱۰}$. (۰/۲۵) در این گراف‌ها:** $\gamma(G)=\left\lvert\frac{n}{\Delta+۱}\right\rvert=۴$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹) **ب) در گرافی مشابه**  (۰/۲۵) ، $\left\lvert\frac{n}{\Delta+۱}\right\rvert=۲$ (۰/۲۵) **ولی** $\gamma(G)=۳$ (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰) (لطفا برای راه‌حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۲۵
۱۳	(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{۸!}{۴!\times۲!}$ (۰/۷۵) $=\frac{۸\times۷\times۶\times۵}{۲}=۸۴۰$ (۰/۲۵)	۱
۱۴	**الف)** $۶!\times۵!$ (۰/۵) **ب)** $۶!\times۵!\times۲!$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱/۲۵
۱۵	$\underbrace{y_۱+۳}_{(۰/۲۵)}+x_۲+\underbrace{y_۳+۴}_{(۰/۲۵)}+x_۴+x_۵=۱۴ \Rightarrow y_۱+x_۲+y_۳+x_۴+x_۵=۷$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۱۱}{۴}$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)	۱
۱۶	**متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین ،عدد تکراری نداریم.** (۰/۲۵) (شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) (۰/۵) ۱۱ ۲۲ ۳۳ ۳۲ ۱۳ ۲۱ ۲۳ ۳۱ ۱۲	۰/۷۵
۱۷	$۱\le j\le ۳ \quad A_j=\{f:A\to B \mid f(a_i)\ne b_j \quad ۱\le i\le ۴\}$ $A=\{a_۱,a_۲,a_۳,a_۴\},B=\{b_۱,b_۲,b_۳\}$(۰/۲۵) $\lvert S\rvert=۳^۴$ (۰/۲۵) , $\lvert A_i\rvert=۲^۴$ (۰/۲۵) , $\lvert A_i\cap A_j\rvert=۱^۴$ (۰/۲۵) , $\lvert A_۱\cap A_۲\cap A_۳\rvert=۰$ (۰/۲۵) $\underbrace{\lvert\overline{A_۱\cup A_۲\cup A_۳}\rvert=\lvert S\rvert-\lvert A_۱\cup A_۲\cup A_۳\rvert}_{(۰/۲۵)}=۸۱-(۳\times۱۶-۳\times۱+۰)=۳۶$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۷)	۱/۷۵
۱۸	(سوال۱۲صفحه ۸۳) **تعداد کبوتر ها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند.** (۰/۲۵) $\underbrace{\quad}_{۱,۸۴},\underbrace{\quad}_{۲,۸۳},\underbrace{\quad}_{۳,۸۲},\ldots,\underbrace{\quad}_{۴۲,۴۳}$ (۰/۲۵) **چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعشان ۸۵ است.** (۰/۲۵)	۱

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»